



flusser@utia.cas.cz

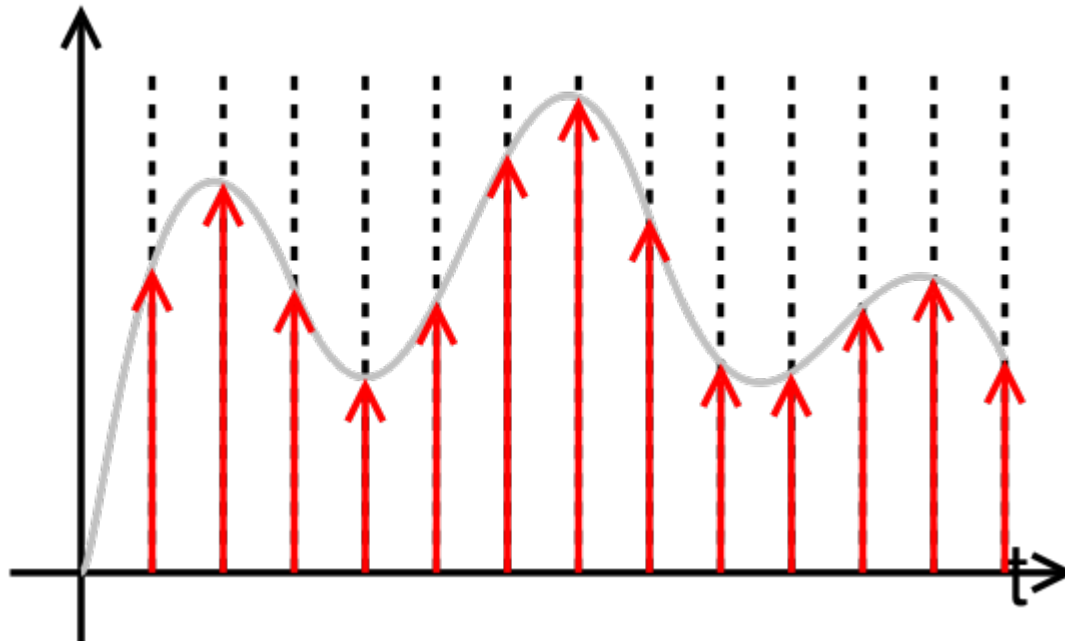
Prof. Ing. Jan Flusser, DrSc.

Digitální zpracování obrazu

Lecture 2

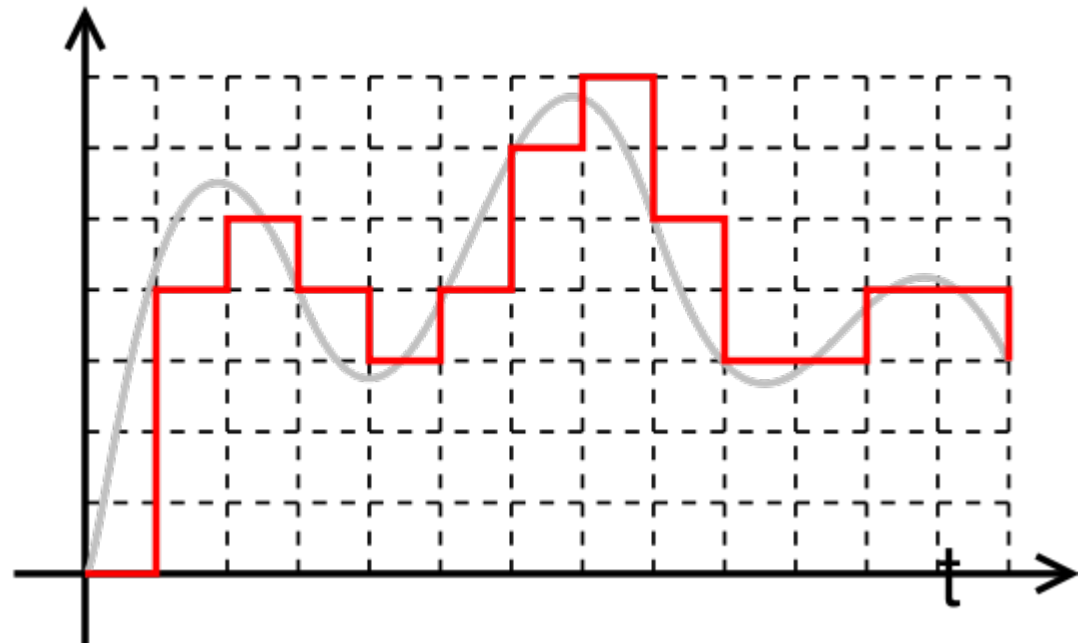
Digitalizace spojitého obrazu

- **Vzorkování (sampling)**



Digitalizace spojitého obrazu

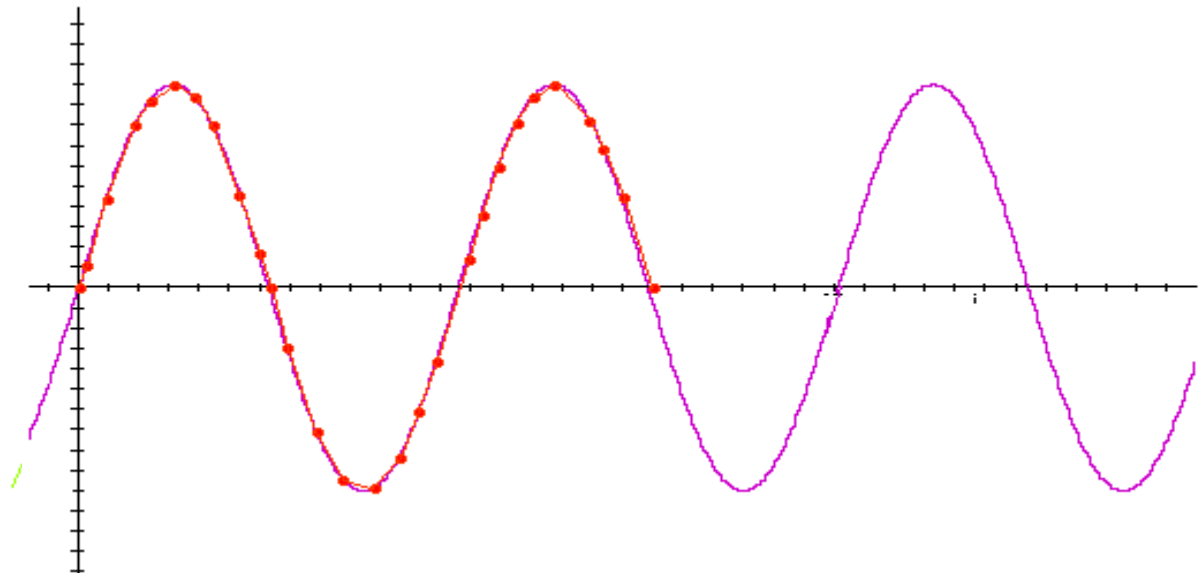
- **Vzorkování (sampling)**
- **Kvantování**



Vzorkovací teorém

Nyquist (1915), Kotelnikov (1933), Shannon (1945)

Lze původní obraz rekonstruovat?



Někdy ano, někdy ne. Kdy ano?

Matematický model vzorkování

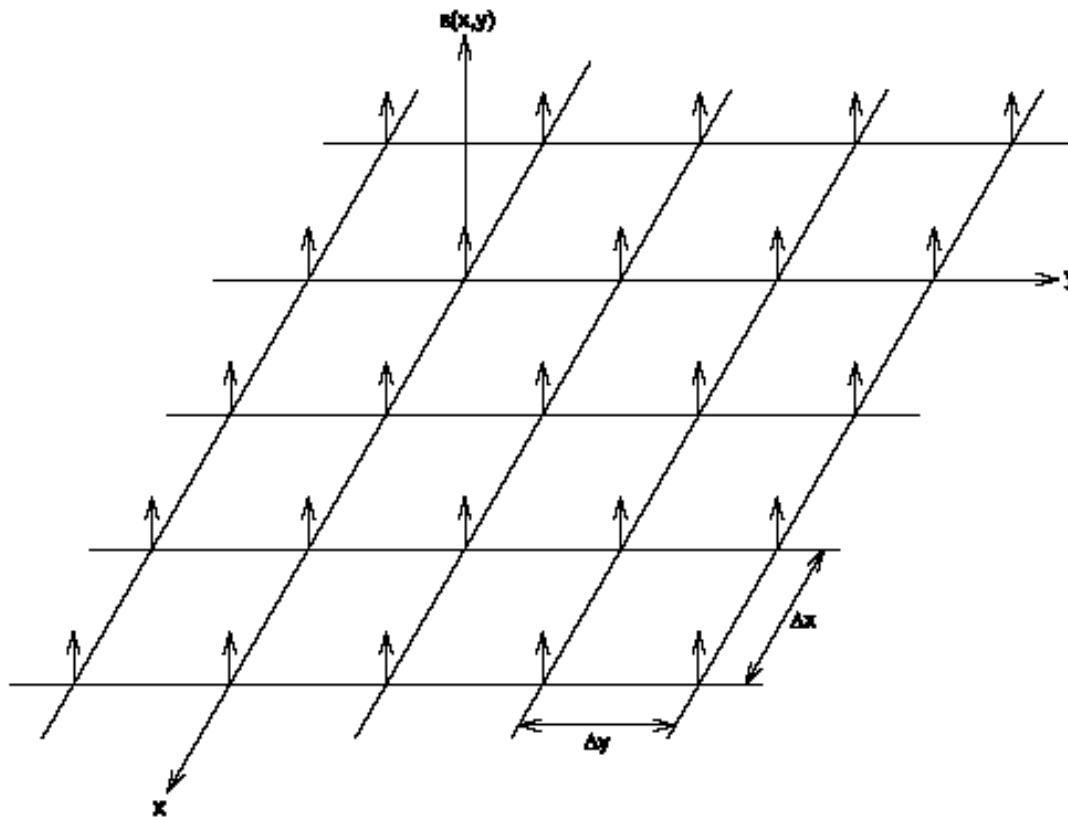
Obrazová oblast

$$f(x, y) \cdot s(x, y) = d(x, y)$$

$$s(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(x - i\Delta x, y - j\Delta y)$$

Comb function

$$s(x, y) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(x - i\Delta x, y - j\Delta y)$$



Matematický model vzorkování

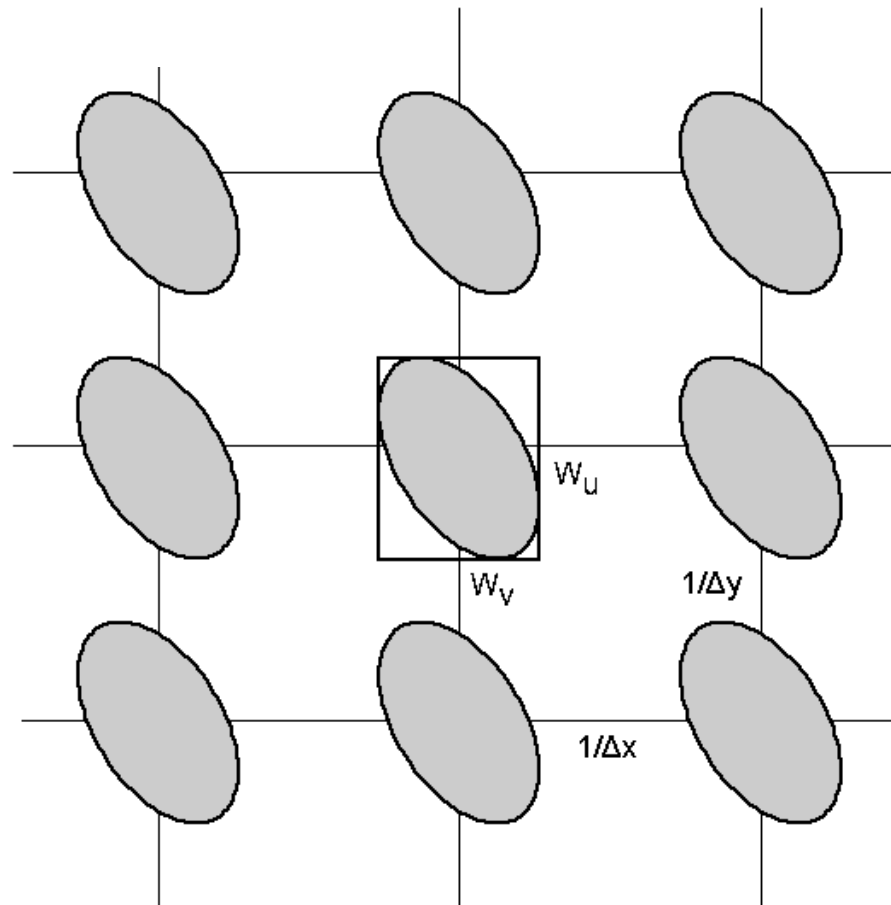
Frekvenční oblast

$$D(u, v) = F(u, v) * S(u, v)$$

$$S(u, v) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta \left(u - i \frac{1}{\Delta x}, v - j \frac{1}{\Delta y} \right)$$

Spektrum vzorkovaného obrazu

$$D(u, v) = F(u, v) * S(u, v)$$



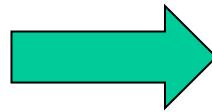
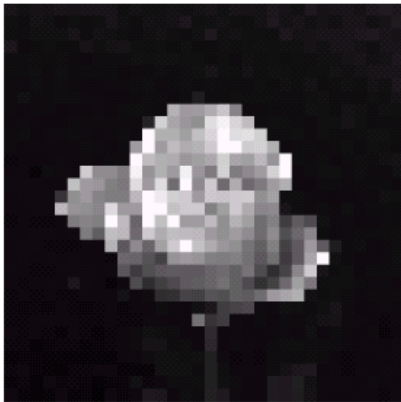
Nyquistova podmínka

Vzorkování bez ztráty informace

$$\Delta x \leq \frac{1}{2W_u}$$

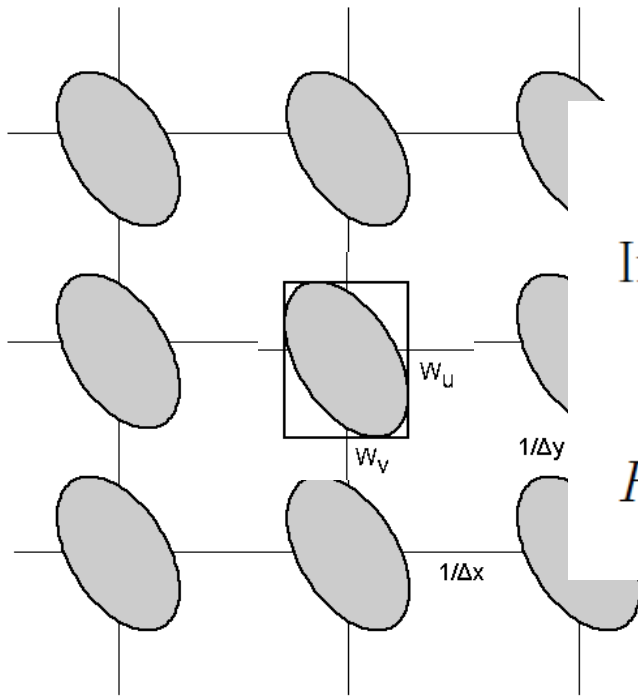
$$\Delta y \leq \frac{1}{2W_v}$$

Zpětná rekonstrukce obrazu



Zpětná rekonstrukce obrazu

Vyříznutí jednoho spektra a následná inverzní FT



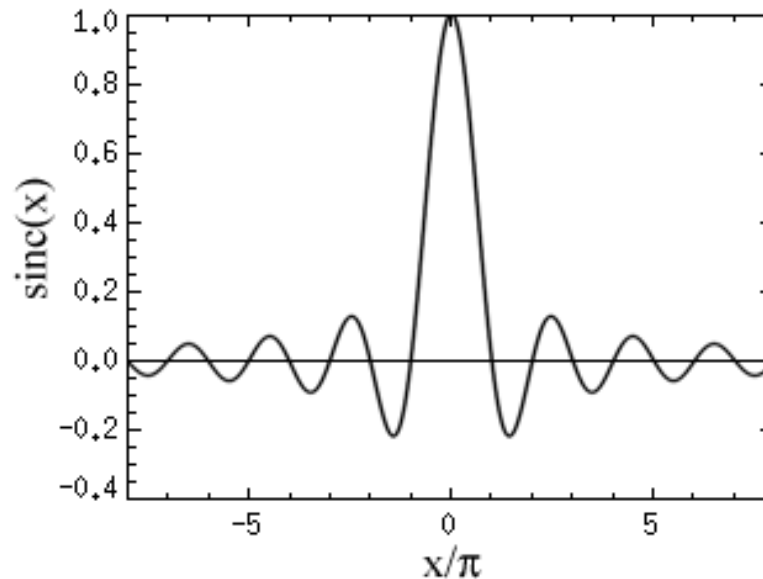
$$\tilde{F}(u, v) = D(u, v) \cdot H(u, v)$$

If $\tilde{F}(u, v) = F(u, v)$ then $f(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\tilde{F}(u, v)$

$H(u, v)$ – usually a box function

Zpětná rekonstrukce obrazu

Odpovídá v obrazové oblasti interpolaci $d(x,y)$
konvolucí s funkcí $h(x,y)$, *resp.* $h(x).h(y)$

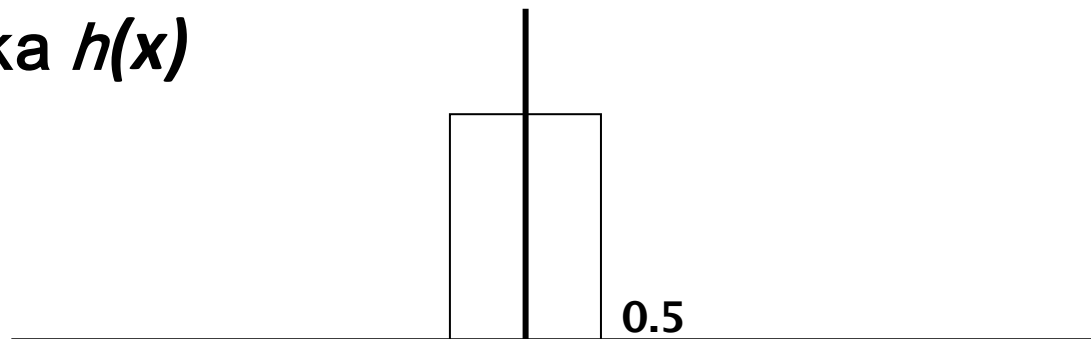


Příliš výpočetně náročné

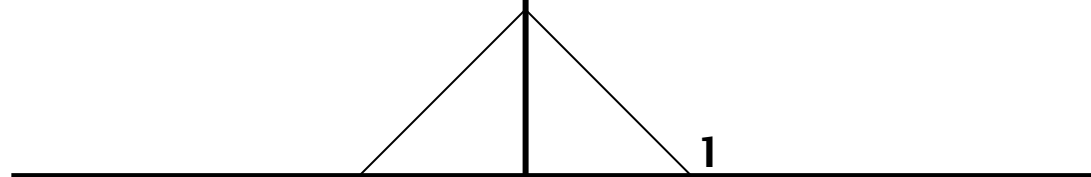
Přibližná rekonstrukce jednoduššími jádry

Konvoluční maska $h(x)$

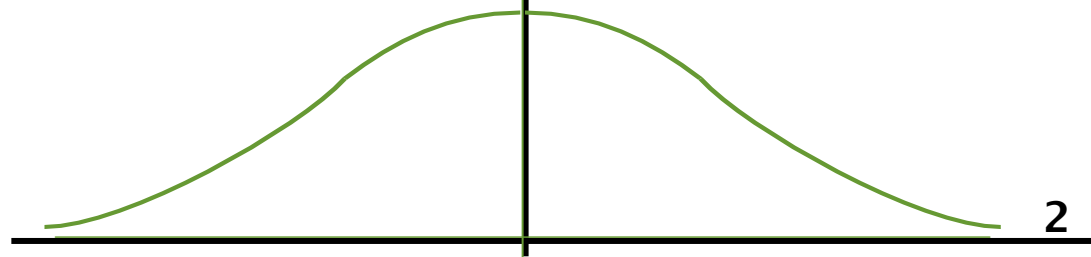
nearest neighbor



linear



smooth cubic



Interpolační metody

Original



Nearest
neighbor



Bilinear

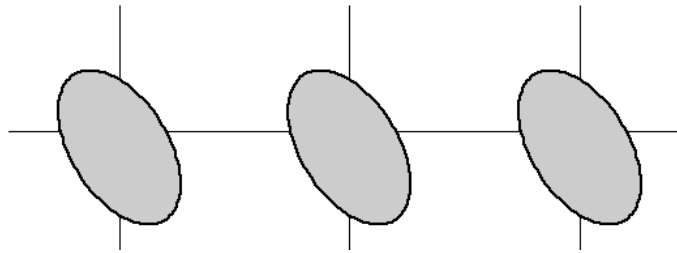


Bicubic



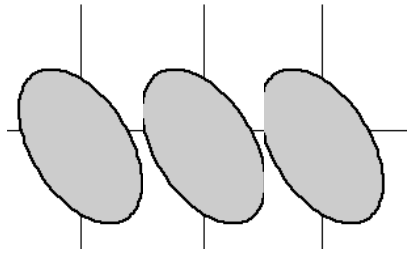
Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Překrytí sousedních spekter $D(u, v) \rightarrow$
nemožnost přesné separace $F(u, v)$



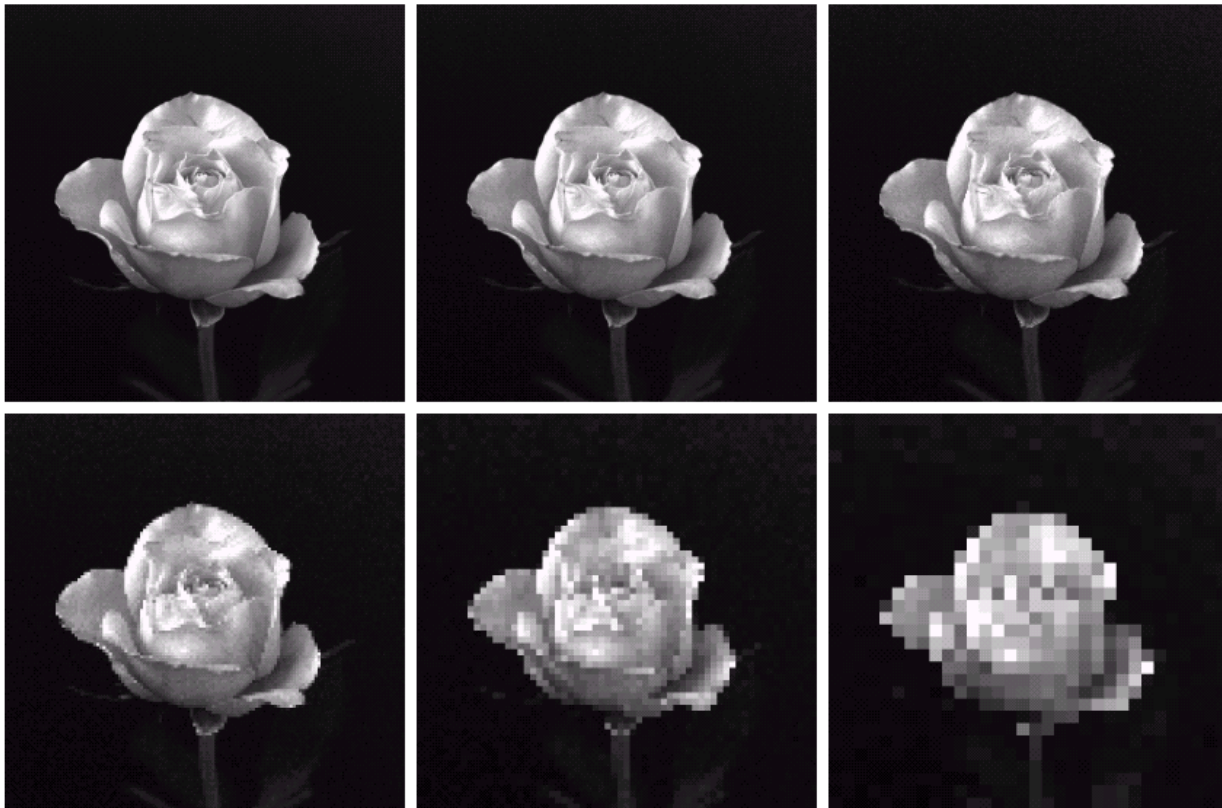
Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Překrytí sousedních spekter $D(u, v) \rightarrow$
nemožnost přesné separace $F(u, v)$



Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Překrytí sousedních spekter $D(u,v) \rightarrow$ ztráta
VF informace (hrany, detaily, ...), **aliasing**



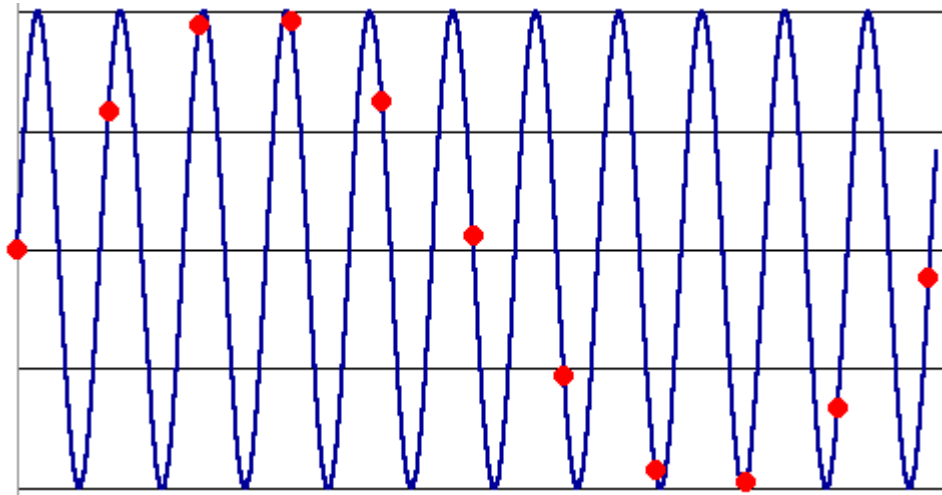
Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Moiré efekt – falešné **nízké** frekvence



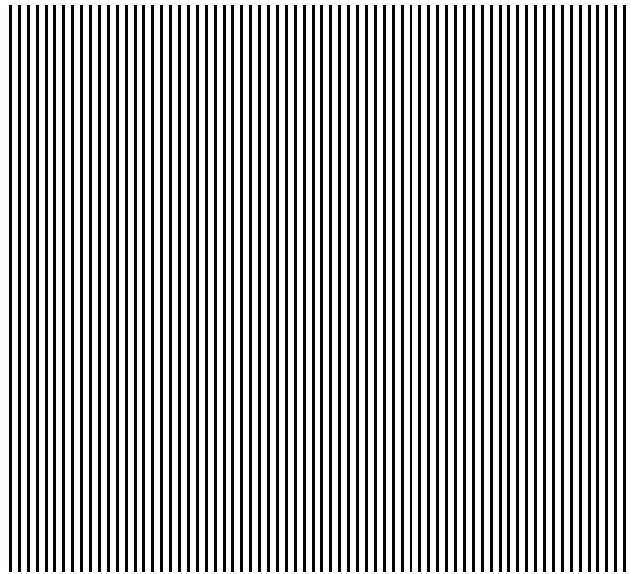
Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

Moiré efekt – falešné nízké frekvence

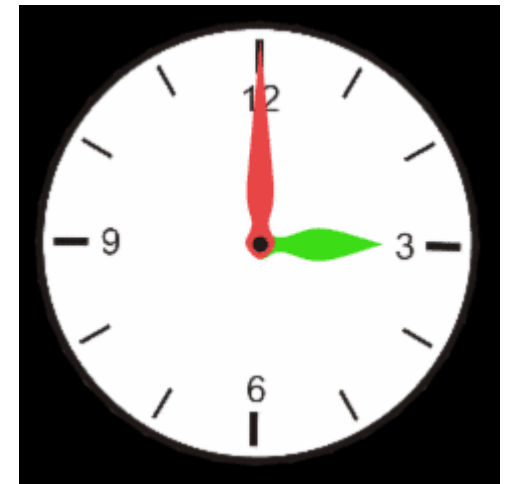
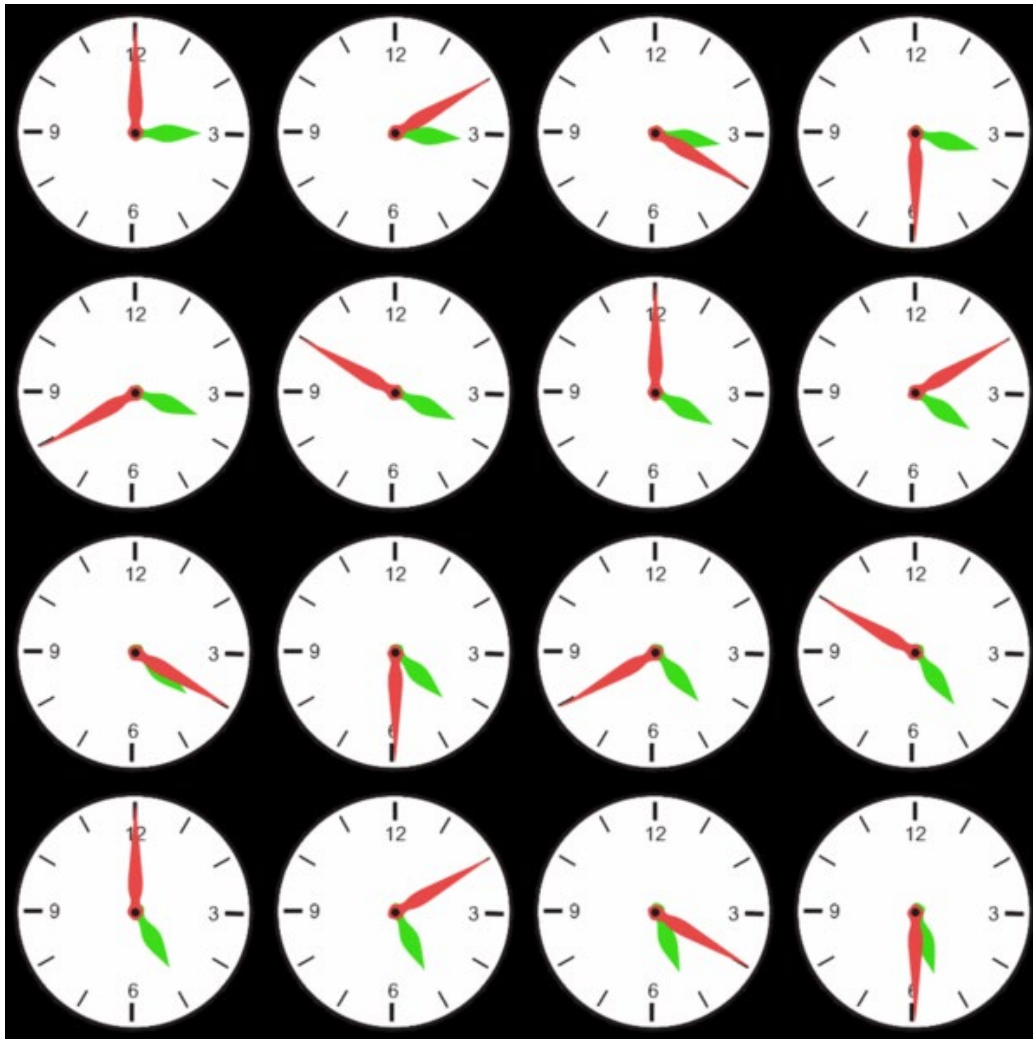


Vzorkování s nedostatečnou frekvencí

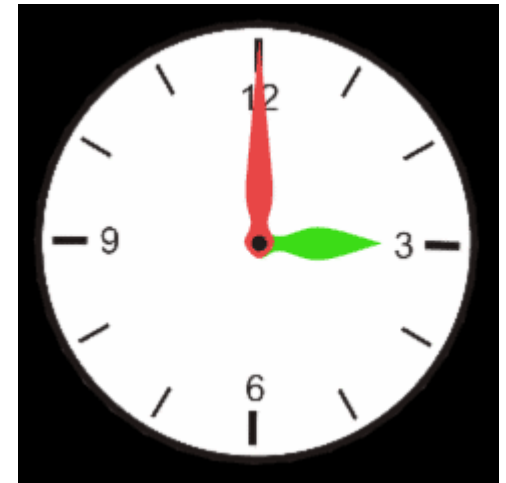
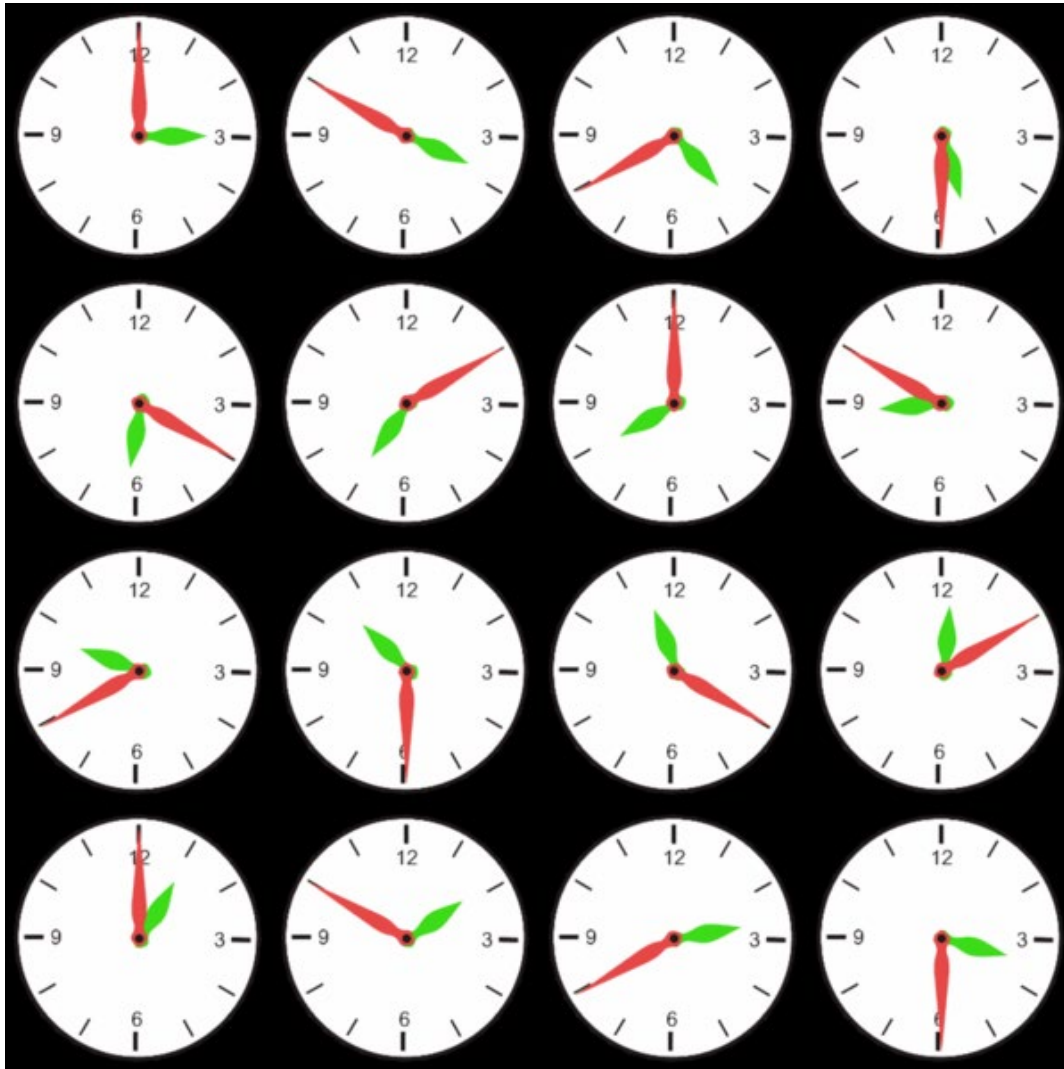
Moiré efekt – falešné nízké frekvence



Moiré efekt v časové oblasti



Moiré efekt v časové oblasti

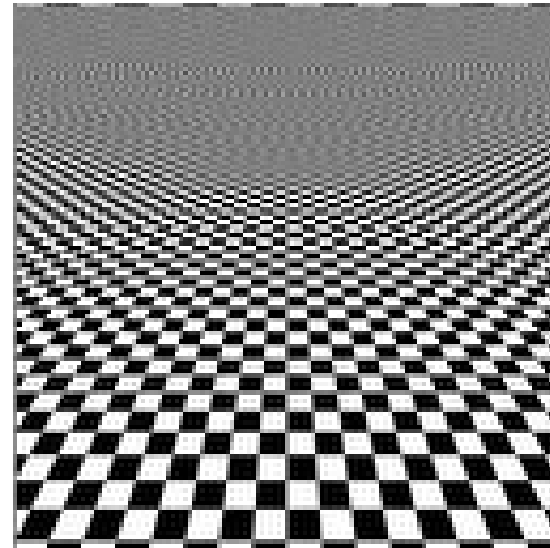
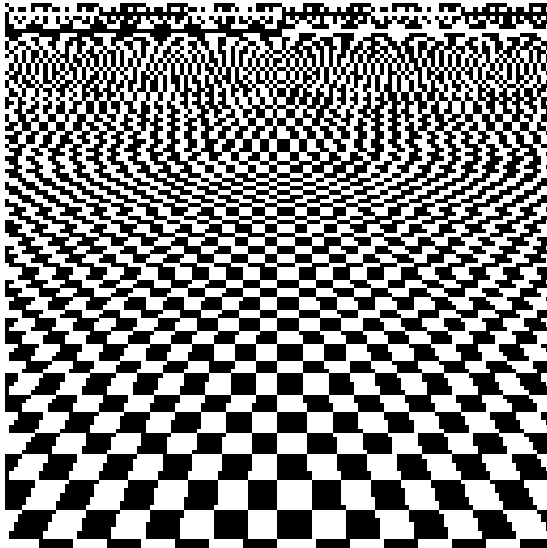


Moiré efekt užitečný – námořní navigace



Anti-aliasing techniky

- Zvýšení vzorkovací frekvence
- Odstranění vysokých frekvencí před vzorkováním

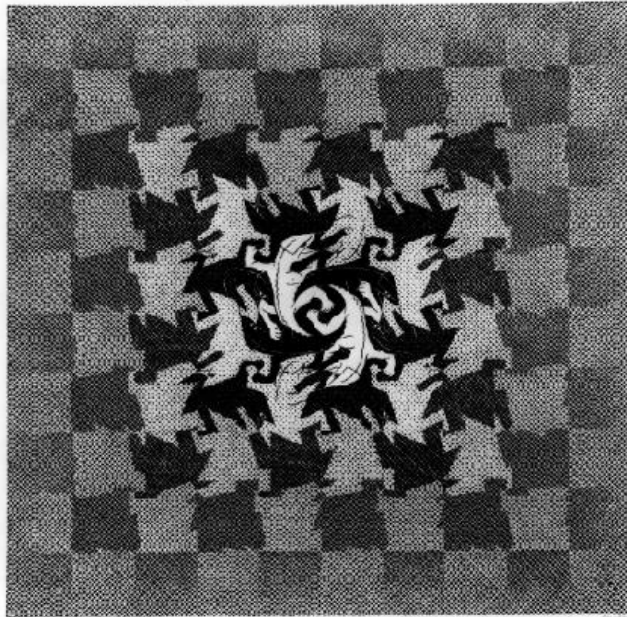


Vzorkování v reálných optických systémech

- Rastr je omezený
- Jen několik možných vzorkovacích frekvencí
- Vzorkování není pomocí δ – funkcí
- Optika působí jako low-pass filtr

Netradiční vzorkování

- Nepravoúhlý rastr (rovnoběžník, hexagon, ...)
- co nejlépe pokrýt rovinu (u, v) pomocí $\text{supp}(F)$



Netradiční vzorkování

- Nepravoúhlý rastr (rovnoběžník, hexagon, ...)
- co nejlépe pokrýt rovinu (u, v) pomocí $\text{supp}(F)$
- Adaptivní vzorkování – proměnná frekvence dle charakteru obrazu
- Compressive sensing
- Běžné kamery a scannery neumožňují ani jedno

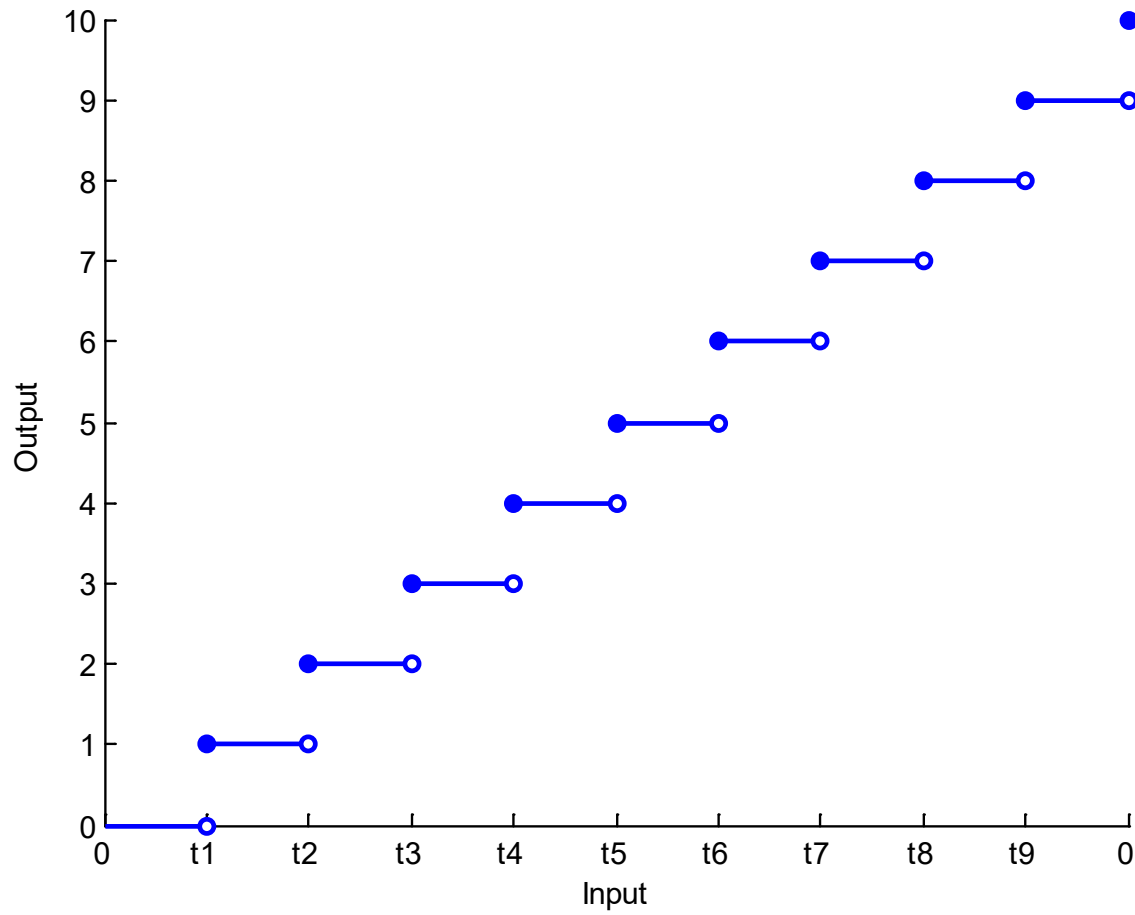
Kvantování obrazu

Kvantování – diskretizace oboru hodnot signálu
-- vždy ztrátové

Kvantizér $Q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{L}$

$$\mathbb{L} = \{0, 1, \dots, k\} \quad (k = 255)$$

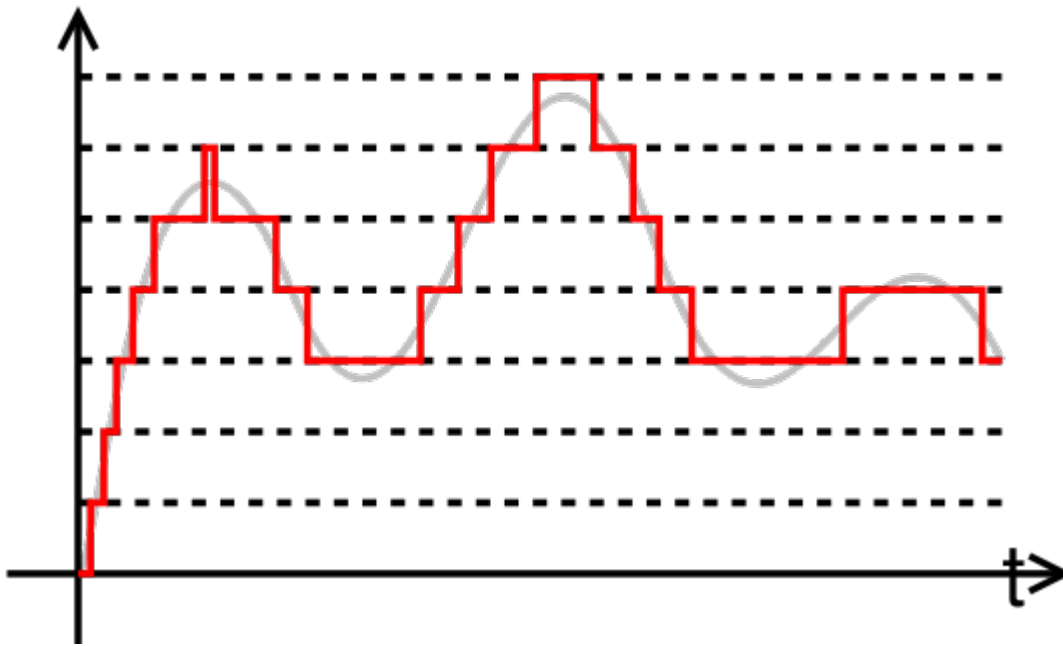
Kvantizér



Rozložení prahů

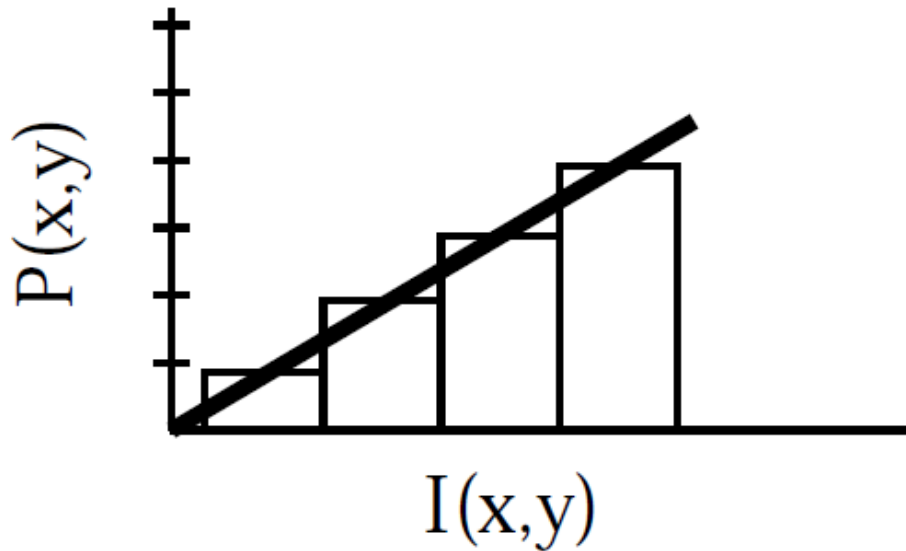
- Rovnoměrné (lineární)
- Nerovnoměrné (nelineární)
- Závislé na signálu (adaptivní, optimální)

Kvantovaný signál



Kvantizér

$$P(x, y) = \text{trunc}(I(x, y) + 0.5)$$

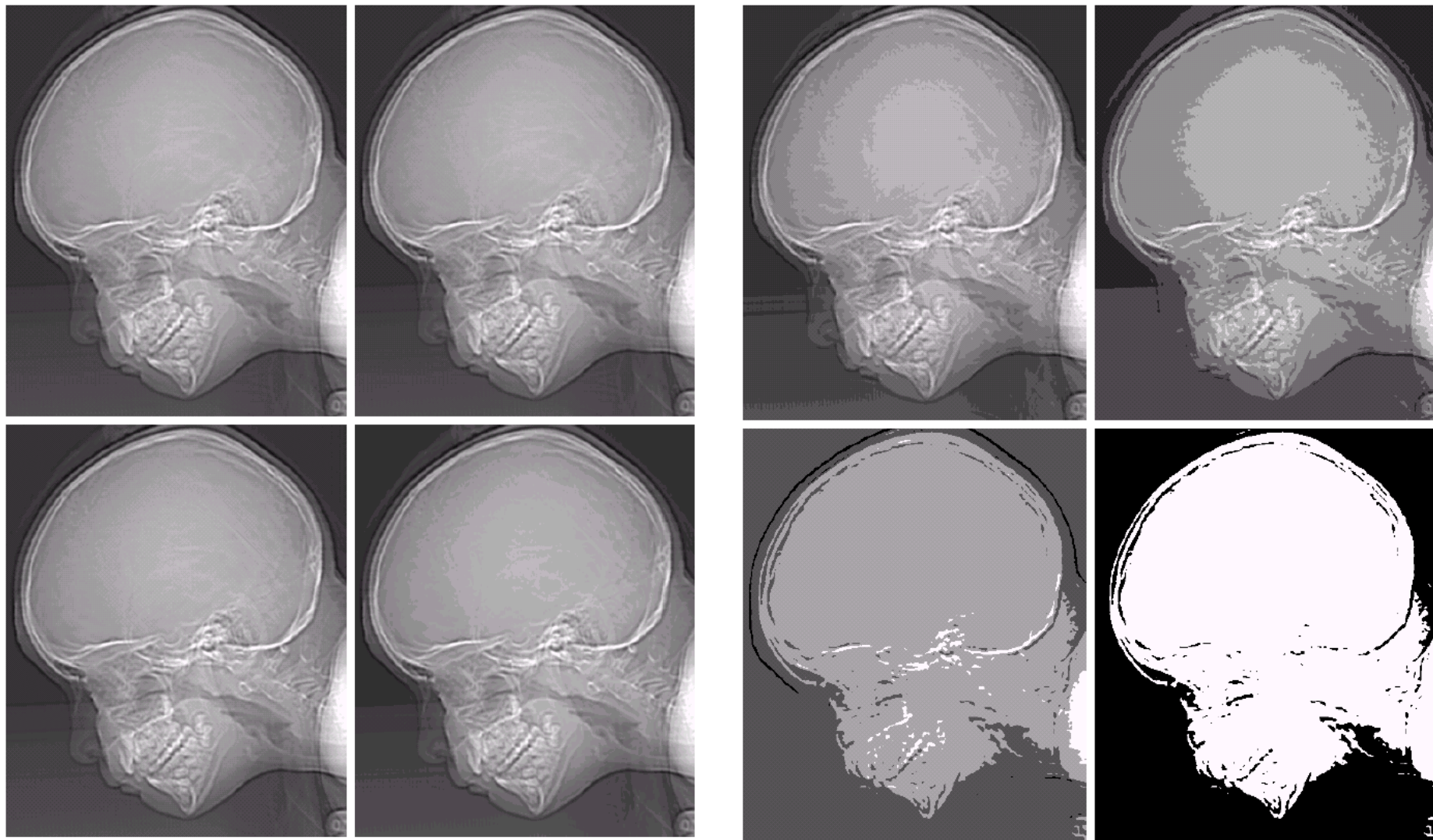


$I(x,y)$

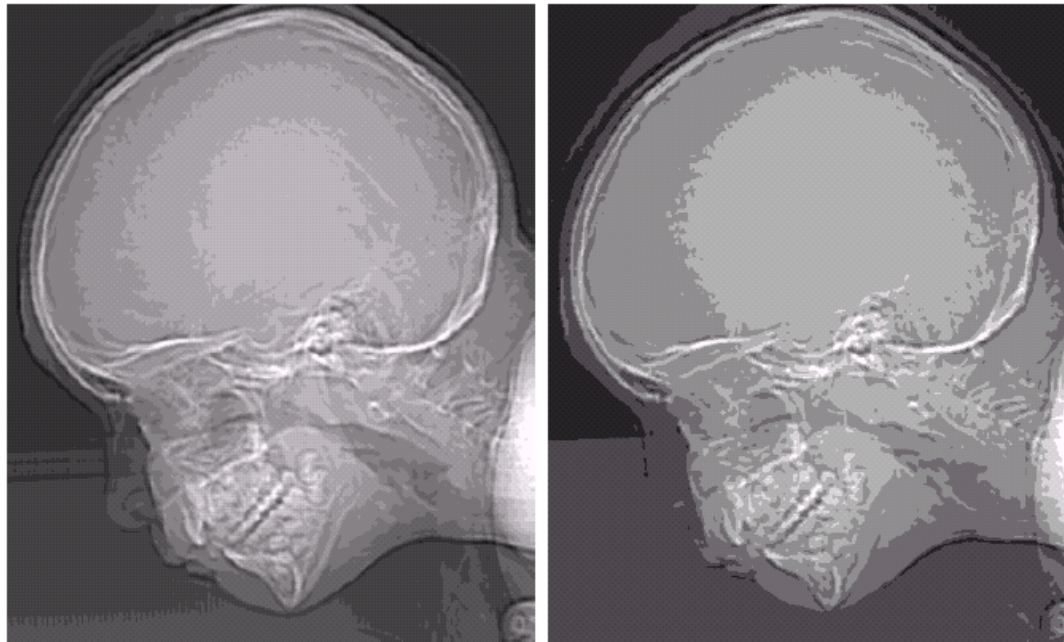


$P(x,y)$
(4 bits per pixel)

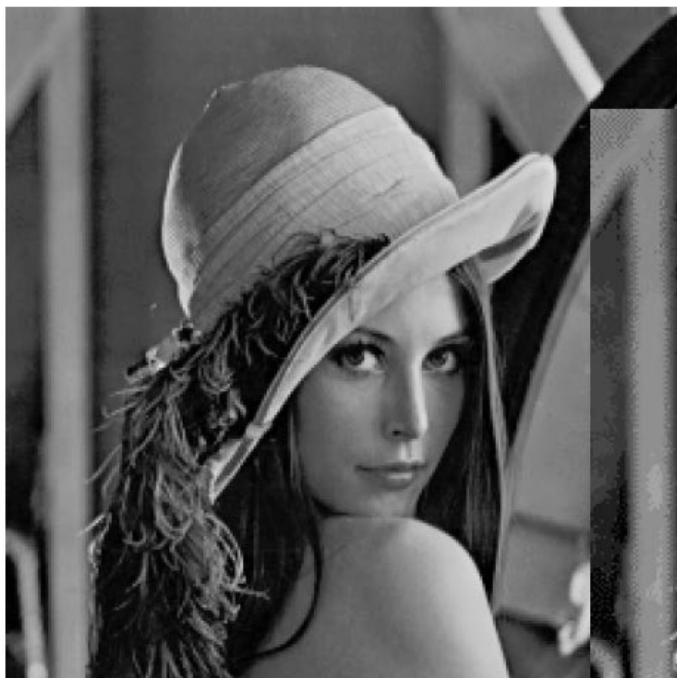
Kvantování do různého počtu úrovní



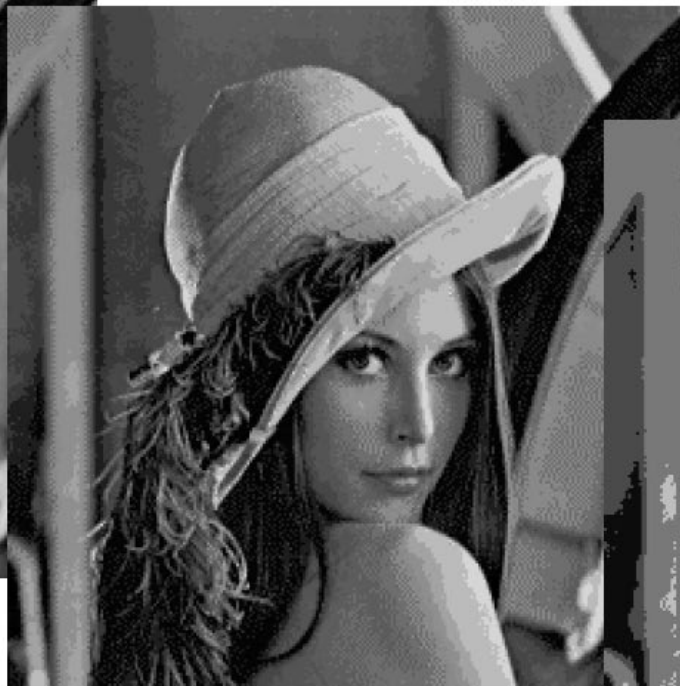
Vznik falešných kvantizačních hran (Kvantizační šum)



Účinek vzorkování a kvantování na lidský zrak



8 bits / pixel



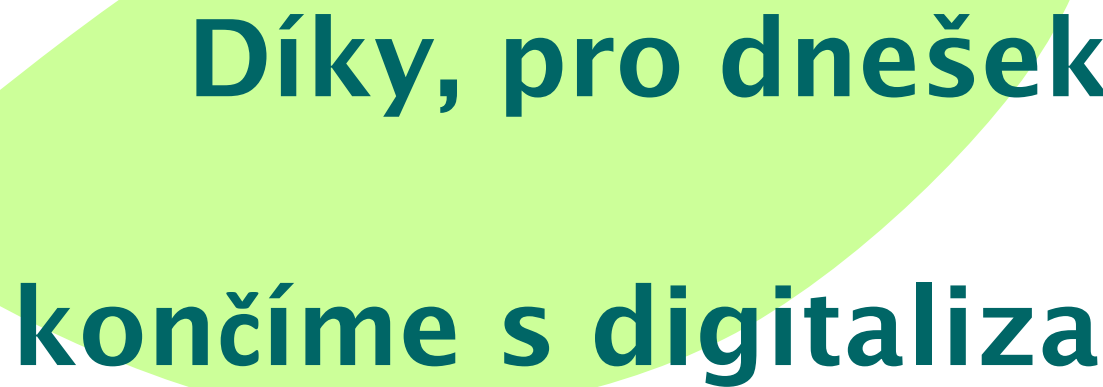
4 bits / pixel



2 bits / pixel

Účinek vzorkování a kvantování na lidský zrak





**Díky, pro dnešek
končíme s digitalizací!**

Nějaké otázky ?